

Hoofdstuk 11: Kansverdelingen

11.1 Kansberekeningen

Opgave 1:

663 kan op 3 manieren

654 kan op $3! = 6$ manieren

555 kan op 1 manier

$$P(\text{som} = 15) = \frac{10}{6^3} = \frac{10}{216}$$

Opgave 2:

a. $P(\text{som} \neq 5) = 1 - P(\text{som} = 5) = 1 - \frac{4}{36} = \frac{32}{36}$

b. $P(\text{som} \geq 4) = 1 - P(\text{som} \leq 3) = 1 - \frac{3}{36} = \frac{33}{36}$

c. $P(\text{som} \geq 10) = \frac{6}{36}$

d. $P(\text{som} \leq 10) = 1 - P(\text{som} \geq 11) = 1 - \frac{3}{36} = \frac{33}{36}$

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
	1	2	3	4	5	6

Opgave 3:

a. $P(\text{som} \leq 22) = 1 - P(\text{som} \geq 23) = 1 - \frac{5}{1296} = \frac{1291}{1296}$

som = 24: 6666 kan op 1 manier

som = 23: 6665 kan op 4 manieren

b. $P(\text{som} \geq 7) = 1 - P(\text{som} \leq 6) = 1 - \frac{15}{1296} = \frac{1281}{1296}$

som = 4: 1111 kan op 1 manier

som = 5: 1112 kan op 4 manieren

som = 6: 1113 kan op 4 manieren

1122 kan op $\frac{4!}{2!2!} = 6$ manieren

Opgave 4:

a. $P(\text{minstens 1 prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - \frac{\binom{43}{3}}{\binom{50}{3}} = 0,370$

b. $P(\text{€ 100,-}) = \frac{\binom{1}{1}\binom{43}{2} + \binom{2}{2}\binom{43}{1}}{\binom{50}{3}} = 0,048$

c. $P(\text{minstens € 30,-}) = 1 - P(\text{hoogstens € 20,-}) = 1 - \frac{\binom{43}{3} + \binom{4}{1}\binom{43}{2} + \binom{4}{2}\binom{43}{1}}{\binom{50}{3}} = 0,173$

Opgave 5:

$$P(\text{afgekeurd}) = 1 - P(\text{goed gekeurd}) = 1 - \frac{\binom{37}{3}}{\binom{40}{3}} = 0,214$$

Opgave 6:

a. $P = \frac{\binom{98}{8}}{\binom{100}{8}} = 0,846$

b. $P = \frac{\binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{96}{6}}{\binom{100}{8}} = 0,020$

Opgave 7:

a. $P(4 m) = \frac{\binom{8}{4}}{\binom{12}{4}} = 0,141$

b. $P(2 vwo) = \frac{\binom{5}{2} \binom{7}{2}}{\binom{12}{4}} = 0,424$

c. $P(1 jongen niet vwo) = \frac{\binom{2}{1} \binom{10}{3}}{\binom{12}{4}} = 0,485$

Opgave 8:

a. $P = \frac{\binom{1}{1} \binom{15}{2}}{\binom{16}{3}} = 0,1875$

b. $P = \frac{\binom{13}{13}}{\binom{16}{13}} = 0,0018$

c. $P = \frac{\binom{4}{4} \binom{12}{4}}{\binom{16}{8}} = 0,0385$

Opgave 9:

a. $P(\text{tenminste 1 volleyballer}) = 1 - P(\text{geen volleyballer}) = 1 - \frac{\binom{46}{6}}{\binom{54}{6}} = 0,637$

b. $P = \frac{\binom{52}{6}}{\binom{54}{6}} = 0,788$

Opgave 10:

a. $P(\text{alle getallen kleiner dan 20}) = \frac{\binom{19}{6}}{\binom{44}{6}} = 0,0038$

b. $P(40 \text{ is het grootste getal}) = \frac{\binom{1}{1} \binom{39}{5}}{\binom{44}{6}} = 0,0816$

c. $P(3^{\text{e}} \text{ prijs}) = \frac{\binom{6}{4} \binom{38}{2}}{\binom{44}{6}} = 0,0015$

$$d. P(4^{\text{e}} \text{ prijs}) = \frac{\binom{6}{3} \binom{1}{1} \binom{37}{2}}{\binom{44}{6}} = 0,0019$$

Opgave 11:

a. $P(rrw) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

b. $2 \times$ rood en $1 \times$ wit draaien kan op 3 manieren (rrw, rwr en wrr)

Opgave 12:

a. $P(33) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{20} = 0,05$

b. $P(\text{geen één}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{20} = 0,45$

c. $P(1 \times \text{twee}) = \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{10}{20} = 0,5$

d. $P(\text{minstens } 1 \times \text{twee}) = 1 - P(\text{geen twee}) = 1 - \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{14}{20} = 0,7$

Opgave 13:

a. $P(1 \times \text{twee}) = 0,4 \cdot 0,6^7 \cdot \binom{8}{1} = 0,090$

b. $P(\text{minstens } 1 \times \text{één}) = 1 - P(\text{geen één}) = 1 - 0,6^8 = 0,983$

c. $P(5 \times \text{één en } 3 \times \text{drie}) = 0,4^5 \cdot 0,2^3 \cdot \binom{8}{5} = 0,005$

d. $P(4 \times \text{één en } 1 \times \text{drie}) = 0,4^4 \cdot 0,2 \cdot 0,4^3 \cdot \frac{8!}{4!3!} = 0,092$

Opgave 14:

a. $P(\text{geen voetballer}) = 0,8^5 = 0,328$

b. $P(\text{minstens } 1 \text{ voetballer}) = 1 - P(\text{geen voetballer}) = 1 - 0,8^5 = 0,738$

c. $P(1 \text{ voetballer}) = 0,2 \cdot 0,8^7 \cdot \binom{8}{1} = 0,336$

Opgave 15:

$P(\text{afgekeurd}) = 1 - P(\text{goed gekeurd}) = 1 - 0,98 \cdot 0,70 \cdot 0,95 \cdot 0,92 = 0,400$

Opgave 16:

a. $P(1 \times \text{vier}) = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \binom{3}{1} = \frac{27}{64}$

b. $P(\text{minstens } 1 \times \text{twee}) = 1 - P(\text{geen twee}) = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{37}{64}$

Opgave 17:

a. $P(\text{minstens } 2 \times \text{slagen}) = 1 - P(\text{hoogstens } 1 \text{ slaagt})$

$$= 1 - (0,78^8 + 0,78^7 \cdot 0,22 \cdot \binom{8}{1}) = 0,554$$

b. $P(6 \text{ of } 7 \text{ slagen}) = 0,53^6 \cdot 0,47^6 \cdot \binom{12}{6} + 0,53^7 \cdot 0,47^5 \cdot \binom{12}{7} = 0,434$

$$c. P(\text{hoogstens 2 zakken}) = 0,71^{10} + 0,71^9 \cdot 0,29 \cdot \binom{10}{1} + 0,71^8 \cdot 0,29^2 \cdot \binom{10}{2} = 0,410$$

Opgave 18:

- a. $P(3 \times \text{twee en } 1 \times \text{drie}) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^8 \cdot \frac{12!}{3!8!} = 0,060$
- b. $P(\text{elk aantal ogen } 2 \times) = \left(\frac{1}{6}\right)^{12} \cdot \frac{12!}{(2!)^6} = 0,003$
- c. $P(\text{twaalfde worp is gelijk aan de eerste worp}) = \frac{1}{6}$
- d. $P(4 \text{ worpen}) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \frac{1}{6} = 0,096$
- e. $P(\text{minstens 5 worpen}) = P(4 \times \text{geen zes}) = \left(\frac{5}{6}\right)^4 = 0,482$

Opgave 19:

- a. $P(2 \times \text{kinderdagverblijf}) = 0,14^2 \cdot 0,86^6 \cdot \binom{8}{2} = 0,222$
- b. $P(\text{minstens } 2 \times \text{betaalde oppas}) = 1 - P(\text{hoogstens } 1 \times \text{betaalde oppas})$
 $= 1 - (0,95^8 + 0,95^7 \cdot 0,05 \cdot \binom{8}{1}) = 0,057$
- c. $P(\text{meer dan 6 geen oppas}) = 0,6^7 \cdot 0,4 \cdot \binom{8}{7} + 0,6^8 = 0,106$
- d. $P(\text{zes geen kinderopvang}) = \frac{\binom{12}{6} \binom{16}{4}}{\binom{28}{10}} = 0,128$
- e. $P(\text{minstens 2 kinderdagverblijf}) = 1 - P(0 \text{ of } 1) = 1 - \frac{\binom{20}{10} + \binom{20}{9} \cdot \binom{8}{1}}{\binom{28}{10}} = 0,884$

11.3 De binomiale verdeling

Opgave 35:

$$P(\text{minstens 1 bon}) = 1 - P(\text{geen bon}) = 1 - \frac{\binom{17}{4}}{\binom{20}{4}} = 0,5088$$

Opgave 36:

$$p = P(\text{minstens 1 prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - \frac{\binom{45}{3}}{\binom{50}{3}} = 0,276$$

Opgave 37:

a. $p = \frac{1}{36}$

b. $p = \frac{1}{6}$

c. $p = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

Opgave 38:

a. $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = 0,0198$

b. $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = 0,0198$

c. $\binom{6}{2} = 15$

d. $P(2 \times \text{drie}) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot \binom{6}{2} = 0,2966$

Opgave 39:

a. $n = 6 \quad p = \frac{8}{20} = 0,4$

$$P(X = 4) = \binom{6}{4} \cdot 0,4^4 \cdot 0,6^2 = 0,138$$

b. $n = 12 \quad p = \frac{18}{20} = 0,9$

$$P(Y = 10) = \binom{12}{10} \cdot 0,9^{10} \cdot 0,1^2 = 0,230$$

Opgave 40:

a. $P(X = 5) = \binom{10}{5} \cdot 0,3^5 \cdot 0,7^5 = 0,103$

b. $0,7^4 \cdot 0,3 = 0,072$

Opgave 41:

a. $P(8 \times \text{werkt}) = 0,8^8 \cdot 0,2^4 \cdot \binom{12}{8} = 0,1329$

b. $P(6 \times \text{werkt}) = 0,8^6 \cdot 0,2^6 \cdot \binom{12}{6} = 0,0155$

Opgave 42:

- a. $P(X \leq 2) = 1 - 0,008 = 0,992$
 b. $x \leq 3$ want je gooit in totaal 3 keer
 c. X kan niet negatief zijn
 d.

x	0	1	2	3
$P(X \leq x)$	0,512	0,986	0,992	1

Opgave 43:

- a. $P(X = 5) = \text{binompdf}(10, 0.2, 5) = 0,0264$
 b. $P(Y = 3) = \text{binompdf}(18, 0.4, 3) = 0,0246$
 c. $P(Y \leq 2) = \text{binomcdf}(20, 0.4, 2) = 0,0036$
 d. $P(X = 4) = \text{binompdf}(5, 0.2, 4) = 0,0064$

Opgave 44:

- a. $P(X = 4) = \text{binompdf}(6, 0.75, 4) = 0,2966$
 b. $P(X \leq 4) = \text{binomcdf}(6, 0.75, 4) = 0,4661$

Opgave 45:

- a. $P(X = 10) = \text{binompdf}(60, 0.16, 10) = 0,136$
 b. $P(Y \leq 2) = \text{binomcdf}(60, 0.04, 2) = 0,568$
 c. $P(Z = 15) = \text{binompdf}(60, 0.12, 15) = 0,0026$

Opgave 46:

- a. $P(X = 4) = \text{binompdf}(8, 0.2, 4) = 0,0459$
 b. $P(X \leq 2) = \text{binomcdf}(10, 0.2, 2) = 0,6778$

Opgave 47:

X is het aantal zessen

- a. $P(X = 2) = \text{binompdf}(8, \frac{1}{6}, 2) = 0,2605$
 b. $P(X = 4) = \text{binompdf}(8, \frac{1}{6}, 4) = 0,0260$
 c. $\text{binompdf}(5, \frac{1}{6}, 1) \cdot \text{binompdf}(3, \frac{1}{6}, 1) = 0,1395$
 d. $P(X \leq 3) = \text{binompdf}(8, \frac{1}{6}, 3) = 0,9693$

11.4 Binomiale kansen gebruiken

Opgave 48:

- a.
 1. $P(X \leq 5)$
 2. $P(X = 4)$
 3. $P(X \geq 7)$
- b.
 1. $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9)$
 2. $P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5)$
 3. $P(X < 7) = P(X \leq 6)$
 4. $P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5)$

Opgave 49:

- a. $P(X \leq 8) - P(X \leq 4)$
- b. $P(X \leq 6) - P(X \leq 1)$
- c. $P(5 \leq X \leq 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 4)$
 $P(4 < X < 9) = P(X \leq 8) - P(X \leq 4)$

Opgave 50:

- a. $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$
- b. $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9)$
- c. $P(3 < X < 8) = P(X \leq 7) - P(X \leq 3)$
- d. $P(X \text{ tussen } 2 \text{ en } 11) = P(X \leq 10) - P(X \leq 2)$
- e. $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7)$
- f. $P(2 \leq X \leq 9) = P(X \leq 9) - P(X \leq 1)$

Opgave 51:

- a. $P(X < 10) = P(X \leq 9) = \text{binomcdf}(25, 0.42, 9) = 0,347$
- b. $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 7) = 0,889$
- c. $P(9 < X < 16) = P(X \leq 15) - P(X \leq 9)$
 $= \text{binomcdf}(25, 0.42, 15) - \text{binomcdf}(25, 0.42, 9) = 0,631$
- d. $P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 5) = 0,982$
- e. $P(7 < X < 12) = P(X \leq 11) - P(X \leq 7)$
 $= \text{binomcdf}(25, 0.42, 11) - \text{binomcdf}(25, 0.42, 7) = 0,550$
- f. $P(X = 8, 9 \text{ of } 10) = \text{binomcdf}(25, 0.42, 10) - \text{binomcdf}(25, 0.42, 7) = 0,394$

Opgave 52:

- a. $P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - \text{binomcdf}(50, 0.13, 3) = 0,904$
- b. $P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(50, 0.13, 4) = 0,796$
- c. $P(X = 5 \vee X = 6) = \text{binompdf}(50, 0.13, 5) + \text{binompdf}(50, 0.13, 6) = 0,317$
- d. $P(7 < X < 14) = P(X \leq 13) - P(X \leq 7)$
 $= \text{binomcdf}(50, 0.13, 13) - \text{binomcdf}(50, 0.13, 7) = 0,318$

Opgave 53:

- a. $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(10, 0.5, 4) = 0,623$
- b. $P(10 < X < 20) = P(X \leq 19) - P(X \leq 10)$

$$= \text{binomcdf}(25,0.5,19) - \text{binomcdf}(25,0.5,10) = 0,786$$

- c. $P(Y > 40) = 1 - P(Y \leq 40) = 1 - \text{binomcdf}(100, \frac{1}{3}, 40) = 0,066$
d. $P(Z = 7) = \text{binompdf}(35, \frac{1}{6}, 7) = 0,146$
e. $P(Z = 0) = \text{binompdf}(10, \frac{1}{6}, 0) = 0,162$

Opgave 54:

- a. $P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - \text{binomcdf}(16,0.5,10) = 0,105$
b. $P(Y < 2) = P(Y \leq 1) = \text{binomcdf}(16, \frac{1}{6}, 1) = 0,227$
c. $P(Z = 5) = \text{binompdf}(16, \frac{1}{6}, 5) = 0,076$

Opgave 55:

$$P(X \geq 7) = 1 - P(X \leq 6) = 1 - \text{binomcdf}(9,0.9,6) = 0,947$$

Opgave 56:

a. $P(2r) = \frac{\binom{12}{2}}{\binom{25}{2}} = 0,22$

$$P(X = 3) = \text{binompdf}(15,0.22,3) = 0,246$$

b. $P(1z) = \frac{\binom{8}{1} \binom{17}{1}}{\binom{25}{2}} = 0,453$

$$P(Y \geq 10) = 1 - P(Y \leq 9) = 1 - \text{binomcdf}(15,0.543,9) = 0,081$$

c. $P(2 \text{ knikkers van dezelfde kleur}) = \frac{\binom{12}{2} + \binom{8}{2} + \binom{5}{2}}{\binom{25}{2}} = 0,347$

$$P(Z < 6) = P(Z \leq 5) = \text{binomcdf}(15,0.347,5) = 0,575$$

d. $P(\text{minstens 1 rood}) = 1 - P(\text{geen rood}) = 1 - \frac{\binom{13}{2}}{\binom{25}{2}} = 0,74$

$$P(A \geq 8) = 1 - P(A \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(15,0.74,7) = 0,978$$

Opgave 57:

a. $P(X > 72) = 1 - P(X \leq 72) = 1 - \text{binomcdf}(120, \frac{2}{3}, 72) = 0,925$

b. $P(Y \geq 3) = 1 - P(Y \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(6,0.4,2) = 0,456$

Opgave 58:

a. $P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 19) = 1 - \text{binomcdf}(80,0.22,19) = 0,298$

b. $P(16 < Y < 24) = P(Y \leq 23) - P(Y \leq 16)$
 $= \text{binomcdf}(80,0.36,23) - \text{binomcdf}(80,0.36,16) = 0,106$

c. $P(16 < Z < 24) = P(Z \leq 23) - P(Z \leq 16)$
 $= \text{binomcdf}(80,0.28,23) - \text{binomcdf}(80,0.28,16) = 0,0547$

d. $0,22^2 \cdot 0,36^4 \cdot 0,28^4 \cdot \frac{10!}{2! \cdot 4! \cdot 4!} = 0,016$

Opgave 59:

- a. $P(10 < X < 15) = P(X \leq 14) - P(X \leq 10)$
 $= \text{binomcdf}(25,0.5,14) - \text{binomcdf}(25,0.5,10) = 0,576$
- b. $P(2 \times \text{munt}) = 0,25$
 $P(Y \leq 5) = \text{binomcdf}(30,0.25,5) = 0,203$
- c. $P(Z \leq 10) = \text{binomcdf}(15, \frac{1}{3}, 10) = 0,998$
- d. $P(\text{meer dan 7 ogen}) = \frac{15}{36}$
 $P(A = 5) = \text{binompdf}(18, \frac{15}{36}, 5) = 0,097$

Opgave 60:

$$P(X \leq 92) = \text{binomcdf}(100,0.88,92) = 0,924$$

Opgave 61:

- a. $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \text{binompdf}(10,0.0.25,0) = 0,224$
- b. $P(Y \geq 38) = 1 - P(Y \leq 37) = 1 - \text{binomcdf}(40,0.975,37) = 0,922$
- c. $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \text{binompdf}(10,0.0.01,0) = 0,096$

Opgave 62:

- a. $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(n,0.5,4) > 0,99$
 $y_1 = 1 - \text{binomcdf}(X,0.5,4)$ kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 > 0,99$
dat is voor $X = 19$, dus minstens 19 keer gooien
- b. $P(\text{minsten 1 keer munt}) = 0,75$
 $P(Y \geq 2) = 1 - P(Y \leq 1) = 1 - \text{binomcdf}(n,0.75,1) > 0,98$
 $y_1 = 1 - \text{binomcdf}(X,0.75,1)$ kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 > 0,98$
dat is voor $X = 5$, dus minstens 5 keer gooien

Opgave 63:

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(n,0.4,4) > 0,90$$

$$y_1 = 1 - \text{binomcdf}(X,0.4,4)$$
 kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 > 0,90$
dat is voor $X = 18$, dus minstens 18 keer gooien

Opgave 64:

$$P(2 \text{ wit}) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(n, \frac{1}{3}, 2) > 0,95$$

$$y_1 = 1 - \text{binomcdf}(X, \frac{1}{3}, 2)$$
 kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 > 0,95$
dat is voor $X = 17$, dus minstens 17 keer

Opgave 65:

- a. $\text{normalcdf}(13,19,15,2.8) = 0,686$
- b. $\text{normalcdf}(-10^{99}, 20.4, 15, 2.8) = 0,973$
- c. $\text{normalcdf}(21.3, 10^{99}, 15, 2.8) = 0,012$

Opgave 66:

- a. $normalcdf(80,10^{99},75,18) = 0,391$
b. $0,391^5 = 0,009$

Opgave 67:

- a. $P(\text{inhoud} < 125) = normalcdf(-10^{99},125,130,5) = 0,159$
 $P(X \leq 4) = binomcdf(50,0.159,4) = 0,085$
b. $P(\text{inhoud} < 128) = normalcdf(-10^{99},128,130,5) = 0,345$
 $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - binomcdf(50,0.345,7) = 0,999$
c. $P(\text{inhoud} > 132) = normalcdf(132,10^{99},130,5) = 0,345$
 $P(X = 8) = binompdf(50,0.345,8) = 0,002$

Opgave 68:

- a. $P(d < 14,15) = normalcdf(-10^{99},14.15,14.31,0.12) = 0,091$
 $P(X \leq 5) = binomcdf(100,0.091,5) = 0,097$
b. $P(d > 14,50) = normalcdf(14.50,10^{99},14.31,0.12) = 0,057$
 $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - binomcdf(100,0.57,9) = 0,057$

Opgave 69:

- a. $P(\text{show} > 120) = normalcdf(120,10^{99},112,5) = 0,055$
 $P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - binomcdf(22,0.055,3) = 0,030$
b. $P(\text{show} < 105) = normalcdf(-10^{99},105,112,5) = 0,081$
 $120 \cdot 0,081 = 9,7$ dus 10 shows

11.5 De verwachtingswaarde

Opgave 70:

U =uitbetaling, W =winst

U	2000	20	0
P	0,001	0,1	0,899

$$E(U) = 0,001 \cdot 2000 + 0,1 \cdot 20 = 4$$

$$E(W) = 5 - 4 = 1 \text{ per lot}$$

dus $1000 \cdot 1 = 1000$ euro

Opgave 71:

a.

U	50	10	0
P	0,01	0,03	0,96

$$E(U) = 0,01 \cdot 50 + 0,03 \cdot 10 = 0,8$$

$$E(W) = 0,8 - 2 = -1,2$$

b. € 0,80 (de verwachte uitbetaling)

Opgave 72:

U	25	10	0
P	$\frac{1}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{17}{20}$

$$E(U) = 25 \cdot \frac{1}{20} + 10 \cdot \frac{2}{20} = 2,25 \text{ euro}$$

Opgave 73:

a.

U	100	50	25	10	0
P	0,001	0,005	0,01	0,025	0,959

$$E(U) = 100 \cdot 0,001 + 50 \cdot 0,005 + 25 \cdot 0,01 + 10 \cdot 0,025 = 0,85$$

$$E(W) = 0,85 - 1 = -0,15$$

b. $500 \cdot 0,15 = 75$ dollar

Opgave 74:

a.
$$\frac{1}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7} = \frac{1}{5040}$$

b.

U	10000	0
P	$\frac{1}{5040}$	$\frac{5039}{5040}$

$$E(U) = 10000 \cdot \frac{1}{5040} = 1,98$$

$$E(W) = 1,98 - 2,50 = -0,52$$

c. $20000 \cdot 0,52 - 7500 = 2900$

Opgave 75:

$$a. \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \binom{3}{1} = \frac{75}{216}$$

$$b. \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} \cdot \binom{3}{2} = \frac{15}{216}$$

$$c. \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$$

d.

U	3	2	1	0
P	$\frac{1}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{75}{216}$	$\frac{125}{216}$

$$E(U) = 3 \cdot \frac{1}{216} + 2 \cdot \frac{15}{216} + 1 \cdot \frac{75}{216} = 0,5$$

$$E(W) = 1 - 0,5 = 0,5$$

$$500 \cdot 0,5 = 250 \text{ dollar}$$

Opgave 76:

$$a. P(\text{som} = 5) = \frac{6}{216}$$

$$P(\text{som} = 6) = \frac{10}{216}$$

$$P(\text{€ } 20) = \frac{16}{216}$$

$$b. P(X = 0) = \text{binompdf}(5, \frac{16}{216}, 0) = 0,681$$

$$c. \left(\frac{200}{216}\right)^5 \cdot \frac{16}{216} = 0,050$$

$$d. P(\text{€ } 100) = \frac{3}{216}$$

$$P(\text{€ } 30) = \frac{6+3+1}{216} = \frac{10}{216}$$

U	100	30	20	0
P	$\frac{3}{216}$	$\frac{10}{216}$	$\frac{16}{216}$	$\frac{187}{216}$

$$E(U) = 100 \cdot \frac{3}{216} + 30 \cdot \frac{10}{216} + 20 \cdot \frac{16}{216} = 4,26$$

$$E(W) = 5 - 4,26 = 0,74$$

$$800 \cdot 0,74 = 592,59 \text{ euro}$$

Opgave 77:

$$a. P(X = 2) = \text{binompdf}(3, 0,4, 2) = 0,288$$

$$b.$$

U	0	6,5	13	19,5
P	0,216	0,432	0,288	0,064

$$E(U) = 0,432 \cdot 6,5 + 0,288 \cdot 13 + 0,064 \cdot 19,5 = 7,8$$

$$E(W) = 20 - 7,8 = 12,2$$

$$228 \cdot 12,2 = 2781,60 \text{ euro}$$

Opgave 78:

a. $P(Z = 4) = \frac{3}{36}$

b.

Z	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

$$E(Z) = 2 \cdot \frac{1}{36} + 3 \cdot \frac{2}{36} + 4 \cdot \frac{3}{36} + 5 \cdot \frac{4}{36} + 6 \cdot \frac{5}{36} + 7 \cdot \frac{6}{36} + 8 \cdot \frac{5}{36} + 9 \cdot \frac{4}{36} + 10 \cdot \frac{3}{36} + 11 \cdot \frac{2}{36} + 12 \cdot \frac{1}{36} = 7$$

c. $E(X) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3,5$

$$E(Y) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3,5$$

ja, $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ **Opgave 79:**

a. $E(X) = 1 \cdot 0,05 + 2 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,4 + 4 \cdot 0,25 + 5 \cdot 0,05 = 3$

$$E(Y) = 1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,15 + 3 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,15 + 5 \cdot 0,3 = 3$$

b. histogram Y

Opgave 80:

a. $L1 = \{1,2,3,4,5\}$

$$L2 = \{0,05,0,15,0,60,0,15,0,05\}$$

$$1 - VAR \text{ STATS } L1, L2 \text{ geeft } E(X) = 3 \quad \sigma_X = 0,84$$

b. $L1 = \{1,2,3,4,5\}$

$$L2 = \{0,30,0,15,0,10,0,15,0,30\}$$

$$1 - VAR \text{ STATS } L1, L2 \text{ geeft } E(X) = 3 \quad \sigma_X = 1,64$$

Opgave 81:

$$L1 = \{498,198,3,-2\}$$

$$L2 = \{0,001,0,002,0,1,0,897\}$$

$$1 - VAR \text{ STATS } L1, L2 \text{ geeft } E(X) = -0,6 \quad \sigma_X = 18,18$$

Opgave 82:

a. $E(T) = E(X) + E(Y) = 16 + 30 = 46 \text{ sec}$

b. $\sigma_T = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} = 3,6 \text{ sec}$

Opgave 83:

$$E(B) = E(N) + E(T) = 230 + 30 = 260 \text{ gram}$$

$$\sigma_B = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_T^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ gram}$$

Opgave 84:a. op een dobbelsteen zijn de ogen op twee tegenover elkaar liggende vlakken altijd samen 7
dus voor iedere worp geldt: $X + Y = 7$ dus $\sigma_{X+Y} = 0$ omdat alle uitkomsten hetzelfde zijn

b. X en Y zijn niet onafhankelijk, want als je X weet, dan weet je ook Y